情報通信システム(特)論II

Information and Communication Systems II

第3回講義資料

Lecture notes 3

無線通信路と統計モデル1

Wireless Channels and Statistical Modeling 1

豊橋技術科学大学

Toyohashi University of Technology

電気・電子情報工学系

Department of Electrical and Electronic Information Engineering

准教授　竹内啓悟

Associate Professor　Keigo Takeuchi

目標(Goal)

物理層における無線通信システムのほとんどは、物理法則に基づいて以下のシステムでモデル化できることを学ぶ。

Learn that almost all wireless communication systems in the physical layer can be modeled with the following system based on physical laws.

無線通信路の離散時間統計モデル(Discrete-time statistical model of wireless channels)

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{H}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{w}, \qquad \boldsymbol{w} \sim \mathcal{CN}(\boldsymbol{0}, \sigma^2 \boldsymbol{I}_M)$$

$\boldsymbol{x} \in \mathbb{C}^N$: 送信ベクトル(Transmitted vector)　$\boldsymbol{y} \in \mathbb{C}^M$: 受信ベクトル(Received vector)

$\boldsymbol{H} \in \mathbb{C}^{M \times N}$: 通信路行列(Channel matrix)

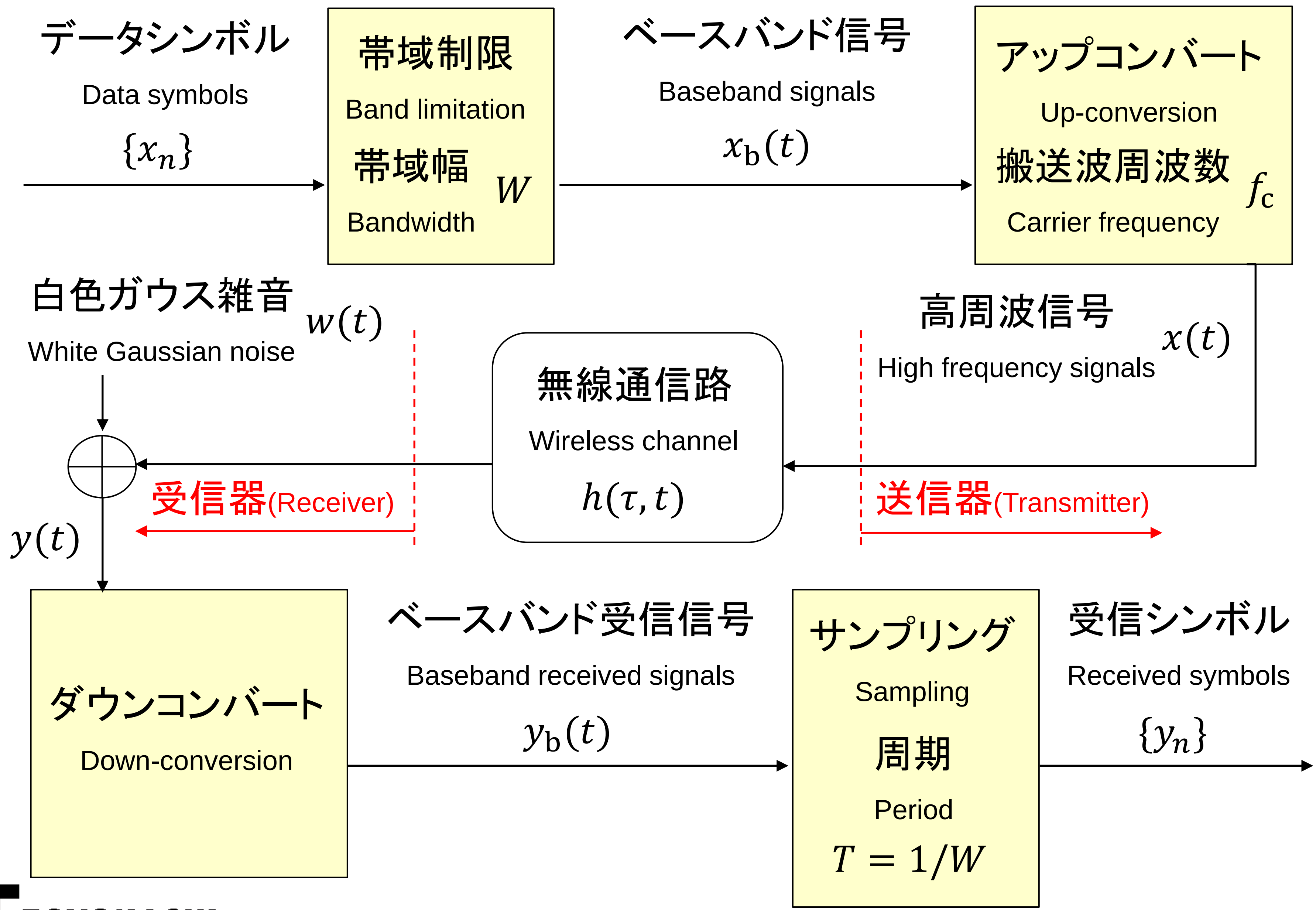
$\boldsymbol{w} \sim \mathcal{CN}(\boldsymbol{0}, \sigma^2 \boldsymbol{I}_M)$: 加法的白色ガウス雑音(AWGN)ベクトル

Additive white Gaussian noise (AWGN) vector

統計的仮定(Statistical assumptions)

- 送信ベクトル$\boldsymbol{x}$は平均$\boldsymbol{0}$である。(The transmitted vector $\boldsymbol{x}$ is zero mean.)
- 確率変数$\boldsymbol{H}$、$\boldsymbol{x}$、$\boldsymbol{w}$は独立である。($\boldsymbol{H}$, $\boldsymbol{x}$, and $\boldsymbol{w}$ are independent random variables.)

無線通信システムの概要 (Overview of wireless communication systems)



フーリエ変換の性質(Properties of the Fourier transform)

フーリエ変換(Fourier transform)

$$X(f) = \mathcal{F}[x(t)](f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-2\pi \mathrm{j} f t} dt ,$$

逆フーリエ変換(Inverse Fourier transform)

$$x(t) = \mathcal{F}^{-1}[X(f)](t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{2\pi \mathrm{j} f t} df .$$

性質1(Property 1)

$$\mathcal{F}^{-1}[X(f-a)](t) = e^{2\pi \mathrm{j} a t} x(t).$$

性質2(Property 2)

$$\mathcal{F}^{-1}[X(f)Y(f)](t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) y(t-\tau) d\tau .$$

デルタ関数(Delta function)

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \delta(x-a) dx = f(a).$$

性質3(Property 3)

$$\mathcal{F}[\delta(t)](f) = 1, \qquad \int_{-\infty}^{\infty} e^{2\pi \mathrm{j} f t} df = \delta(t).$$

離散時間ベースバンド表現(Discrete-time baseband representation)

時間領域(Time domain)

$$x_{\mathrm{b}}(t) = \sum_n x_n p(t - nT),$$

x_n : 無相関複素データシンボル

Uncorrelated complex data symbol

周波数領域(Frequency domain)

$$X_{\mathrm{b}}(f) = \sum_n x_n e^{-2\pi \mathrm{j} n f T} P(f)$$

T : シンボル周期(Symbol period)

パルス$p(t)$の自己相関関数(Autocorrelation function of the pulse $p(t)$)

$$g(t) \stackrel{\mathrm{def}}{=} \int_{-\infty}^{\infty} p(\tau) p(\tau + t) d\tau$$

実パルス$p(t)$が満たすべき条件(Conditions required for the real pulse $p(t)$)

対称性(Symmetry) $p(-t) = p(t)$ $\Rightarrow$ $P(f) = P(-f) = P^*(f)$

帯域制限(Band limitation) $P(f) = 0$ for $f \notin [-W/2, W/2]$

ナイキスト基準(Nyquist criterion)

$$g(nT) = \begin{cases} 1 & \text{for } n = 0 \\ 0 & \text{for any non-zero integer } n \end{cases}$$

これらの条件を満たすパルスをT-直交パルスと呼ぶ。

A pulse satisfying these conditions is called T-orthogonal pulse.

ナイキスト基準の意義(Significance of the Nyquist criterion)

整合フィルタ(Matched filter)

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} p(\tau) x_{\mathrm{b}}(t-\tau)\, d\tau = \sum_{n} x_n \int_{-\infty}^{\infty} p(\tau)\, p(t-\tau-nT) d\tau$$

$$= \sum_{n} x_n g(t-nT)$$

最後の等号は、$p(t)$と$g(t)$が偶関数であることから従う。

The last equality follows from the fact that $p(t)$ and $g(t)$ are even.

サンプリング(Sampling)

ナイキスト基準を使って、(Using the Nyquist criterion yields)

$$s_m \stackrel{\text{def}}{=} s(mT) = \sum_{n} x_n g\big((m-n)T\big) = x_m.$$

元のデータシンボルが得られる。(The original data symbol is obtained.)

T-直交パルスの例(Examples of T-orthogonal pulses)

Sincパルス(Sinc pulse)

$$p(t) = \mathrm{sinc}\left(\frac{t}{T}\right) = \frac{\sin(\pi t/T)}{\pi t/T}.$$

$T = 1/W$: 標本化定理(Sampling theorem)

RRCパルス(Root-raised cosine (RRC) pulse)

$$P(f) = \sqrt{S(f)}$$

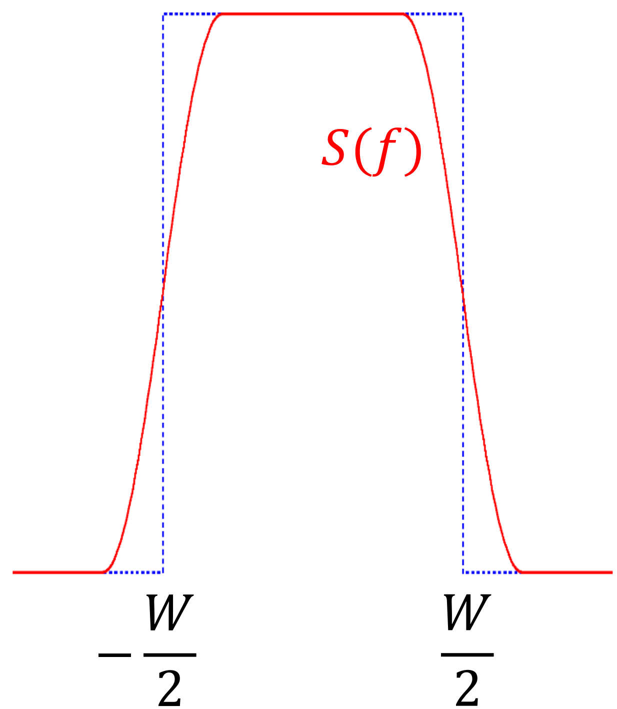
$$S(f) = \begin{cases} 1 & \text{for } |f| \le (1-\alpha)/(2T) \\ 0 & \text{for } |f| > (1+\alpha)/(2T) \\ s(f) & \text{otherwise,} \end{cases}$$

$$s(f) = \frac{1}{2}\left\{1 + \cos\left[\frac{\pi T}{\alpha}\left(|f| - \frac{1-\alpha}{2T}\right)\right]\right\}$$

$\alpha \in [0,1]$: ロールオフ因子(Roll-off factor)

$T = 1/\{W(1+\alpha)\}$

$p(t)$は省略。($p(t)$ is omitted.)



自己相関関数$g(t)$のフーリエ変換が、電力スペクトル$S(f)$に等しい。

The Fourier transform of the autocorrelation function $g(t)$ is equal to the power spectrum $S(f)$.

ベースバンド信号(Baseband signals)

時間領域(Time domain)

$$x_{\mathrm{b}}(t)$$

周波数領域(Frequency domain)

$$X_{\mathrm{b}}(f) = 0 \text{ for } f \notin [-W/2, W/2]$$

どちらも複素関数である。(Both signals are complex functions.)

アップコンバート(Up-conversion)

$x_{\mathrm{b}}(t)$を$[f_{\mathrm{c}} - W/2, f_{\mathrm{c}} + W/2]$に制限された実信号$x(t)$に変換する。

Transform the baseband signal to a $[f_{\mathrm{c}} - W/2, f_{\mathrm{c}} + W/2]$-limited real signal.

周波数領域(Frequency domain)

$$X(f) = X_{\mathrm{b}}(f - f_c) + X_{\mathrm{b}}^*(-f - f_{\mathrm{c}}) \qquad \therefore\ X(-f) = X^*(f)$$

時間領域(Time domain)

$$x(t) = e^{2\pi \mathrm{j} f_{\mathrm{c}} t} x_{\mathrm{b}}(t) + e^{-2\pi \mathrm{j} f_{\mathrm{c}} t} x_{\mathrm{b}}^*(t) = 2\Re\left[e^{2\pi \mathrm{j} f_{\mathrm{c}} t} x_{\mathrm{b}}(t)\right]$$

ベースバンド表現(Baseband representation)

バンドパスフィルタ (Bandpass filter)

$$P(f)=0$$

for $f \notin [-W/2, W/2]$

ダウンコンバート(Down-conversion)

受信信号$y(t)$をベースバンド信号$y_\mathrm{b}(t)$に変換する。

Transform the received signal $y(t)$ to a baseband signal $y_\mathrm{b}(t)$.

周波数領域(Frequency domain)

$$Y_\mathrm{b}(f,t)=P(f)Y(f+f_c,t)$$

時間領域(Time domain)

$$y_b(t)=\int_{-\infty}^{\infty} p(t-\tau)e^{-2\pi \mathrm{j} f_\mathrm{c}\tau}y(\tau)d\tau$$

ベースバンド表現(Baseband representation)

通信路の周波数領域表現$Y(f,t)=H(f,t)X(f)$と$X(f)$の定義を代入すると、

Substituting the frequency-domain representation of the channel and the definition of $X(f)$ yields

$$Y_\mathrm{b}(f,t)=P(f)H(f+f_\mathrm{c},t)\{X_\mathrm{b}(f)+X_\mathrm{b}^*(-f-2f_\mathrm{c})\}=H(f+f_\mathrm{c},t)P(f)X_\mathrm{b}(f)$$

最後の等号は、$f \notin [-W/2, W/2]$に対して$P(f)=0$から従う。

The last equality follows from $P(f)=0$ for $f \notin [-W/2, W/2]$.

$$y_\mathrm{b}(t)=\int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\pi \mathrm{j} f_\mathrm{c}\tau}h(\tau,t)s(t-\tau)d\tau, \qquad H(f,t)=\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau,t)e^{-2\pi \mathrm{j} f\tau}d\tau,$$

$$s(t)\stackrel{\text{def}}{=}\mathcal{F}^{-1}[P(f)X_\mathrm{b}(f)](t)=\int_{-\infty}^{\infty} p(\tau)x_\mathrm{b}(t-\tau)\,d\tau.$$

TOYOHASHI UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

離散時間ベースバンド表現(Discrete-time baseband representation)

以下の2式から、離散時間ベースバンド表現を導出する。

We shall derive a discrete-time baseband representation from the following two equations:

$$y_{\mathrm{b}}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\pi \mathrm{j} f_{\mathrm{c}} \tau} h(\tau, t) s(t-\tau) d\tau, \qquad s(t) = \sum_n x_n g(t - nT).$$

離散時間受信シンボル(Discrete-time received symbol)

$$\begin{aligned} y_m = y_{\mathrm{b}}(mT) &= \sum_n x_n \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\pi \mathrm{j} f_{\mathrm{c}} \tau} h(\tau, mT)\, g(mT - \tau - nT) d\tau \\ &= \sum_n h_{m,m-n} x_n \end{aligned}$$

通信路の離散時間インパルス応答(Discrete-time channel impulse response)

$$h_{m,n} = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau, mT) g(nT - \tau) e^{-2\pi \mathrm{j} f_{\mathrm{c}} \tau} d\tau$$

一般に、$n < 0$に対して$h_{m,n} \neq 0$ (In general, $h_{m,n} \neq 0$ for $n < 0$.)

行列表示すると、(In a matrix form,) $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{H}\boldsymbol{x}.$

加法的白色ガウス雑音(Additive white Gaussian noise (AWGN))

受信回路で発生する熱雑音は、AWGN$w(t)$としてモデル化される。

Thermal noise in receive circuits is modeled as AWGN $w(t)$.

$$\mathbb{E}[w(t)] = 0, \qquad \mathbb{E}[w(t_1)w(t_2)] = N_0\delta(t_1 - t_2).$$

ベースバンド表現(Baseband representation)

$w(t)$を$w_\mathrm{b}(t)$に「ダウンコンバータ」する。(Down-convert $w(t)$ to $w_\mathrm{b}(t)$.)

$$w_\mathrm{b}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} p(t-\tau)e^{-2\pi \mathrm{j} f_\mathrm{c}\tau} w(\tau)d\tau, \qquad \mathbb{E}[w_\mathrm{b}(t)] = 0.$$

$w_\mathrm{b}(t)$は次の相関特性を持つ複素ガウス過程である。

$w_\mathrm{b}(t)$ is a complex Gaussian process with the following correlation properties:

自己相関関数(Autocorrelation function)

$$\mathbb{E}[w_\mathrm{b}(t_1)w_\mathrm{b}^*(t_2)] = \int_{\mathbb{R}^2} p(t_1-\tau)p(t_2-\tau')e^{-2\pi \mathrm{j} f_\mathrm{c}\tau}e^{2\pi \mathrm{j} f_\mathrm{c}\tau'} N_0\delta(\tau-\tau')d\tau d\tau'$$

$$= N_0 \int_{-\infty}^{\infty} p(t_1-\tau)p(t_2-\tau)d\tau = N_0 g(t_1 - t_2).$$

$\mathbb{E}[w_\mathrm{b}(t_1)w_\mathrm{b}(t_2)] = 0$ 　　次ページを見よ。(See the next page.)

加法的白色ガウス雑音(Additive white Gaussian noise (AWGN))

Proof of $\mathbb{E}[w_\mathrm{b}(t_1)w_\mathrm{b}(t_2)] = 0$.

$$\mathbb{E}[w_\mathrm{b}(t_1)w_\mathrm{b}(t_2)] = N_0 \int_{-\infty}^{\infty} p(t_1-\tau)p(t_2-\tau)e^{-4\pi \mathrm{j} f_\mathrm{c}\tau} d\tau$$

$p(t) = \int P(f)e^{2\pi \mathrm{j} f t} df$を代入すると、(Substituting $p(t) = \int P(f)e^{2\pi \mathrm{j} f t} df$ yields)

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[w_\mathrm{b}(t_1)w_\mathrm{b}(t_2)] &= N_0 \int_{\mathbb{R}^3} P(f)P(f')e^{2\pi \mathrm{j} f(t_1-\tau)+2\pi \mathrm{j} f'(t_2-\tau)-4\pi \mathrm{j} f_c\tau} d\tau df df' \\ &= N_0 \int_{\mathbb{R}^2} P(f)P(f')e^{2\pi \mathrm{j}(f t_1+f' t_2)}\delta(f+f'+2f_\mathrm{c})\, df df' \\ &= N_0 \int_{-\infty}^{\infty} P(f)P(-f-2f_\mathrm{c})e^{2\pi \mathrm{j}\{f t_1-(f+f_\mathrm{c})t_2\}} df = 0.\end{aligned}$$

離散時間表現(Discrete-time representation)

パルスのナイキスト基準から、(The Nyquist criterion for the pulse implies)

$$w_m \stackrel{\text{def}}{=} w_\mathrm{b}(mT), \qquad \{w_m\} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, N_0\boldsymbol{I})$$