

情報通信システム(特)論II

Information and Communication Systems II

第4回講義資料

Lecture notes 4

無線通信路と統計モデル2

Wireless Channels and Statistical Modeling 2

豊橋技術科学大学

Toyohashi University of Technology

電気・電子情報工学系

Department of Electrical and Electronic Information Engineering

准教授 竹内啓悟

Associate Professor Keigo Takeuchi

目標(Goal)

物理層における無線通信システムのほとんどは、物理法則に基づいて以下のシステムでモデル化できることを学ぶ。

Learn that almost all wireless communication systems in the physical layer can be modeled with the following system based on physical laws.

無線通信路の離散時間統計モデル(Discrete-time statistical model of wireless channels)

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{w}, \quad \mathbf{w} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I}_M)$$

$\mathbf{x} \in \mathbb{C}^N$: 送信ベクトル(Transmitted vector) $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^M$: 受信ベクトル(Received vector)

$\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{M \times N}$: 通信路行列(Channel matrix)

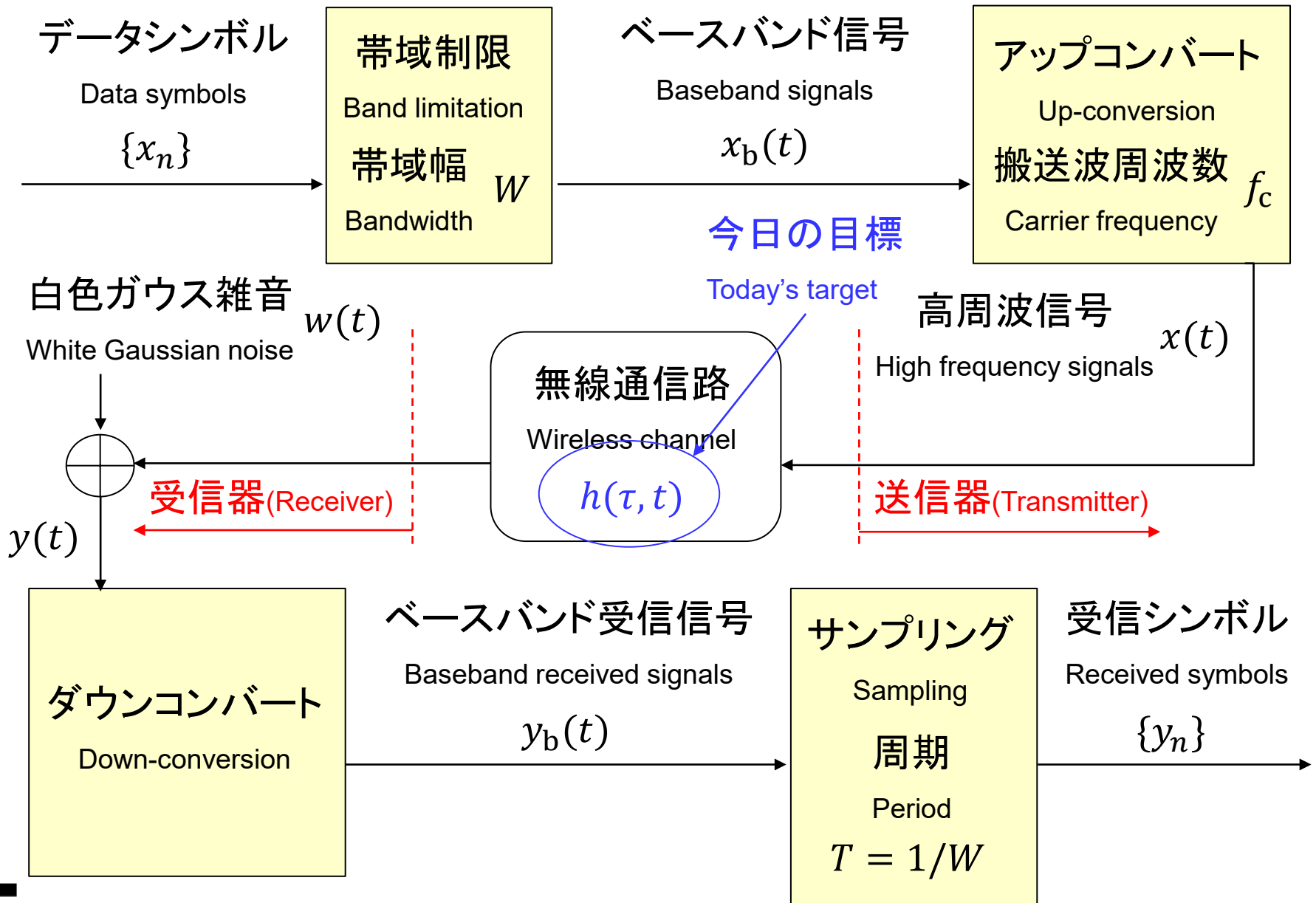
$\mathbf{w} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I}_M)$: 加法的白色ガウス雑音(AWGN)ベクトル

Additive white Gaussian noise (AWGN) vector

統計的仮定(Statistical assumptions)

- 送信ベクトル \mathbf{x} は平均 $\mathbf{0}$ である。(The transmitted vector \mathbf{x} is zero mean.)
- 確率変数 \mathbf{H} 、 \mathbf{x} 、 \mathbf{w} は独立である。(\mathbf{H} , \mathbf{x} , and \mathbf{w} are independent random variables.)

無線通信システムの概要 (Overview of wireless communication systems)



フェーディング* (Fading)

受信信号が、時間、周波数、空間的に変化する現象を言う。

Changes of received signals in the domains of time, frequency, and space.

長距離スケールのフェーディング (Large-scale fading)

搬送波の波長に比べて、十分に大きいスケールで変化するフェーディング

Fading changes in sufficiently large spatial scale, compared to the carrier wavelength.

例(Example): 経路損失(Path loss)、遮蔽(Shadowing)

送信ベクトル x の電力のモデル化に影響を与える。

Influence on modeling of the power of the transmitted vector x .

短距離スケールのフェーディング (small-scale fading)

複数伝送経路の重ね合わせによって生じる波長スケールのフェーディング

Fading changes in spatial scale comparable to the wavelength, caused by a superposition of multipaths.

通信路行列 H のモデル化に影響を与える。

Influence on modeling of the channel matrix H .

後者を単にフェーディングと呼ぶ。(The latter is simply called fading.)

*: 電子情報通信学会では、「フェージング」という訳を定めているが、「phase」と誤解する学生がいるため、英語の発音により近い「フェーディング」という表記を使う。

自由空間に固定された送受信アンテナ(Fixed transmit and receive antennas in free space)

原点に置かれたアンテナから時間 t に送信される周波数 f の正弦波 $\cos(2\pi ft)$ に対して、十分に離れたアンテナ(球座標系での位置 $\mathbf{u} = (r, \theta, \phi)$)の受信電場波形



Received electric waveform of an antenna at a position $\mathbf{u} = (r, \theta, \phi)$ in the spherical coordinates system far from the origin for a sinusoid $\cos(2\pi ft)$ with frequency f transmitted from another antenna in the origin at time t .

$$E = \frac{\alpha(\theta, \phi, f) \cos\{2\pi f(t - r/c)\}}{r}, \quad c: \text{光の速度(Speed of light)}$$

$\alpha(\theta, \phi, f)$: 送受信アンテナパターンの影響を表す実係数

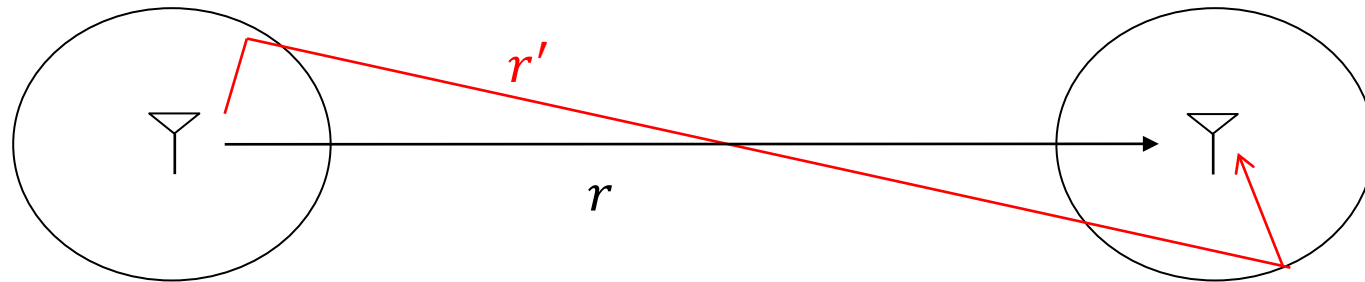
Real coefficient representing the influence of transmit and receive antenna patterns

周波数応答(Frequency response)

$$H(f) = \frac{\alpha(\theta, \phi, f)}{r} e^{-\frac{2\pi jfr}{c}}$$

マルチパス(Multipaths)

アンテナの近傍で生じる反射(Reflection in the neighborhood of antennas)



$$E = \frac{\alpha(\theta, \phi, f) \cos\{2\pi f(t - r/c)\}}{r} + \frac{\alpha'(f) \cos\{2\pi f(t - r'/c)\}}{r'}$$
$$= \frac{\alpha(\theta, \phi, f) \cos\{2\pi f(t - r/c)\}}{r} + \frac{\alpha'(f) \cos\{2\pi f(t - r/c - d/c)\}}{r'}$$

経路長差を $d = r' - r$ として、 d/c の遅延広がりが生じる。

Multipaths result in a delay spread of d/c for the path-length difference $d = r' - r$.

周波数応答(Frequency response)

$$H(f) = \frac{\alpha(\theta, \phi, f)}{r} e^{-\frac{2\pi j f r}{c}} + \frac{\alpha'(f)}{r'} e^{-\frac{2\pi j f r}{c} - 2\pi j f \tau}, \quad \tau = \frac{d}{c}$$

自由空間で動く送受信アンテナ (Moving transmit and receive antennas in free space)

動径方向の相対速度が $v \ll c$ で相対運動する送受信アンテナ



Relatively moving transmit and receive antennas at a relative speed $v \ll c$ in the radial direction.

$$E = \frac{\alpha(\theta_t, \phi_t, f) \cos\{2\pi f(t - (r + vt)/c)\}}{r + vt},$$
$$\approx \frac{\alpha(\theta, \phi, f) \cos\{2\pi f[(1 - v/c)t - r/c]\}}{r}$$

近似は $r \gg 1$ のためである。(The approximation is due to $r \gg 1$.)

相対運動により、周波数のドップラーシフト $-fv/c$ が生じる。

Relative moving results in the Doppler shift $-fv/c$ of the frequency

周波数応答 (Frequency response)

$$H(f, t) \approx \frac{\alpha(\theta, \phi, f)}{r} e^{-\frac{2\pi j f r}{c} - 2\pi j f \tau(t)}, \quad \tau(t) = \frac{vt}{c}$$

周波数応答は、時変である。(The frequency response is time-varying.)

ノイズのない時変線形モデル(Noiseless time-varying linear system)

周波数領域(Frequency domain) $Y(f, t) = H(f, t)X(f)$



$X(f)$: 実送信信号 $x(t)$ のフーリエ変換(Fourier transform of a real transmitted signal $x(t)$)

$Y(f)$: 実受信信号 $y(t)$ のフーリエ変換(Fourier transform of a real received signal $y(t)$)

時変周波数応答(Time-varying frequency response)

$$H(f, t) = \sum_i a_i e^{-2\pi j f \tau_i(t)}, \quad \tau_i(t) = \frac{d_i + v_i t}{c}$$

分離可能な経路 i の利得 a_i は、時間にも周波数にも依存しないと仮定する。

The gain a_i for resolvable path i is assumed independent of time and frequency.

時間領域(Time domain)

$$y(t) = \int_0^{T_d} h(\tau, t) x(t - \tau) d\tau, \quad h(\tau, t) = 0 \text{ for } \tau \notin [0, T_d].$$

T_d : 遅延広がり(Delay spread)

$W_d = 1/T_d$ をコヒーレンス帯域幅と呼ぶ。(W_d is called coherence bandwidth.)

時変インパルス応答(Time-varying impulse response)

$$h(\tau, t) = \sum_i a_i \delta(\tau - \tau_i(t))$$

コヒーレンス時間(Coherence time)

異なる分離可能な経路の利得は、**無相関**であると仮定する。



The gains for different resolvable paths are assumed **uncorrelated**.

周波数応答の自己相関関数(Autocorrelation function of the frequency response)

$$\begin{aligned} C(t_1, t_2, f) &\stackrel{\text{def}}{=} \mathbb{E}\{(H(f, t_1) - \mathbb{E}[H(f, t_1)])(H(f, t_2) - \mathbb{E}[H(f, t_2)])^*\} \\ &= \sum_i \mathbb{V}[a_i] e^{-2\pi j f \tau_i(t_1) + 2\pi j f \tau_i(t_2)} = \sum_i \mathbb{V}[a_i] e^{2\pi j f v_i(t_2 - t_1)/c} \stackrel{\text{def}}{=} C(t_2 - t_1, f) \end{aligned}$$

ドップラー電カスペクトル(Doppler power spectrum)

$$\begin{aligned} S(\rho, f) &\stackrel{\text{def}}{=} \int_{-\infty}^{\infty} C(t, f) e^{-2\pi j \rho t} dt = \sum_i \mathbb{V}[a_i] \int_{-\infty}^{\infty} e^{2\pi j f v_i t/c} e^{-2\pi j \rho t} dt \\ &= \sum_i \mathbb{V}[a_i] \delta\left(\rho - \frac{f v_i}{c}\right). \end{aligned}$$

$W_c = \max\{f|v_i|/c\}$: **ドップラー広がり**(Doppler spread)

$T_c = 1/W_c$ を**コヒーレンス時間**と呼ぶ。(T_c is called **coherence time**.)

無線通信路の分類(Classification of wireless channels)



W : 帯域幅(Bandwidth)

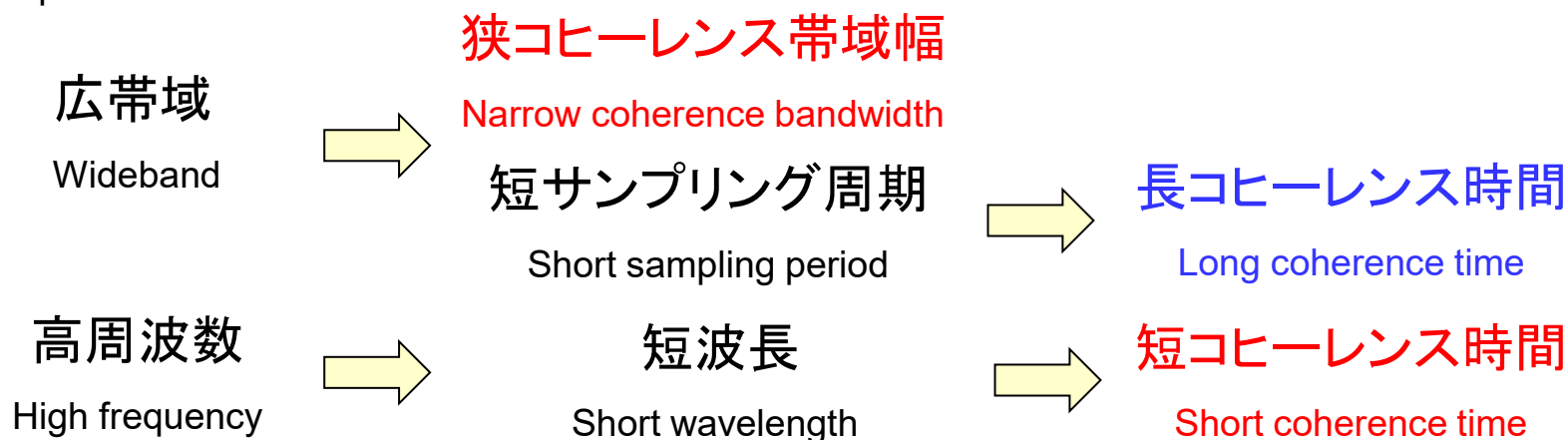
N : 符号長(Code length)

	$W \ll W_d$: 狭帯域(Narrowband)	$W > W_d$: 広帯域(Wideband)
$\frac{N}{W} \ll T_c$	時不変、周波数平坦 Time-invariant, frequency-flat	時不変、周波数選択性 Time-invariant, frequency-selective
$\frac{N}{W} > T_c$	時間選択性、周波数平坦 Time-selective, frequency-flat	時間・周波数選択性 Time-frequency selective

直観的理解(Intuitive understanding)

コヒーレンス時間 T_c 、コヒーレンス帯域幅 W_d 、搬送波の波長が、通信路の時間、周波数、空間スケールを決める。

Coherence time, coherence bandwidth, and carrier wavelength determine the temporal, frequency, and spatial scales of channels.



中心極限定理(Central limit theorem)

定理4.1(Theorem 4.1)

$\{X_i\}_{i=1}^n$ を平均 μ 、分散 σ^2 、3次モーメントが有界な独立同一分布した確率変数列とする。標準化された確率変数 Y の分布は、 $n \rightarrow \infty$ のときに、標準ガウス分布に収束する。

Let $\{X_i\}_{i=1}^n$ denote independent and identically distributed (i.i.d.) random variables with zero mean, unit variance, and a finite 3rd moment. Then, the distribution of the standardized random variable Y converges to the standard Gaussian distribution in the limit $n \rightarrow \infty$.

$$Y = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n \frac{X_i - \mu}{\sigma} \xrightarrow{d} \mathcal{N}(0,1) \text{ as } n \rightarrow \infty.$$

直観的解釈(Intuitive interpretation)

同程度の大きさの多数の独立な確率変数の和は、元の分布によらず、ガウス分布に従う。この性質が、ガウス分布がしばしば出現する理由である。

The sum of many independent random variables with an identical order of magnitude follows a Gaussian distribution, regardless of the original distributions. This property is a reason why Gaussian distributions often appear.

レイリーフェーディング (Rayleigh fading)



$$h_{m,n} = \int_0^{T_d} h(\tau, mT) g(nT - \tau) e^{-2\pi j f_c \tau} d\tau, \quad h(\tau, t) = \sum_i a_i \delta(\tau - \tau_i(t))$$

通信路利得 $h_{m,n}$ の統計的仮定を導入する。

We introduce statistical assumptions of the channel gain $h_{m,n}$.

$$h_{m,n} = \sum_i a_i g(nt - \tau_i(mT)) e^{-2\pi j f_c \tau_i(mT)}$$

仮定1

多数の分離可能な経路が存在する。(There are many resolvable paths.)

Assumption 1

仮定2

分離可能な経路 $\{a_i, \tau_i\}$ は、経路ごとに独立である。

Assumption 2

The resolvable paths $\{a_i, \tau_i\}$ are independent for different paths.

仮定3

遅延波は一様に存在する。(Delayed waves exists uniformly.)

Assumption 3

仮定4

支配的に大きな利得を持つ経路は存在しない。

Assumption 4

There are no paths that have dominantly large gains.

$h_{m,n}$ は円対称な複素ガウス分布に従う。(レイリーフェーディング)

$h_{m,n}$ follows a circularly symmetric complex Gaussian (CSCG) distribution. (Rayleigh fading)

ライスフェーディング (Rician fading)

$$h_{m,n} = \sum_i a_i g(nt - \tau_i(mT)) e^{-2\pi j f_c \tau_i(mT)}$$



仮定1

Assumption 1

多数の分離可能な経路が存在する。(There are many resolvable paths.)

仮定2

Assumption 2

分離可能な経路 $\{a_i, \tau_i\}$ は、経路ごとに独立である。

The resolvable paths $\{a_i, \tau_i\}$ are independent for different paths.

仮定3

Assumption 3

遅延波は一様に存在する。(Delayed waves exists uniformly.)

仮定4'

見通しがある。

Assumption 4' There is line-of-sight (LOS).

$h_{m,n}$ は非零平均の複素ガウス分布に従う。(ライスフェーディング)

$h_{m,n}$ follows a complex Gaussian (CSCG) distribution with non-zero mean. (Rician fading)